

Tutoriál

Proč a jak zavádět v matematice úpravy jednoduchých rovnic již od 6. ročníku

Proč začínat s jednoduchými rovnicemi už v 6. ročníku?

Výuka matematiky podle nového RVP ZV stojí na rozvoji **matematických dovedností**, které mají žáci umět využít napříč tématy, předměty a v kontextu reálných situací. Zavádění jednoduchých rovnic v 6. ročníku proto nevnímáme jako začátek algebry, ale jako **praktický nástroj pro porozumění vztahům**, které se objevují v matematice, fyzice, dalších předmětech a v běžném životě.

Cílem je, aby jednoduchá rovnice byla pro žáka přirozeným způsobem, jak si **zapsat a ujasnit vztah**, ne pravidlem, které se musí naučit zpaměti. Jednoduchá rovnice má být **pomůckou k porozumění**, ne překážkou ani novým typem mechanického počítání bez pochopení.

Co je naším cílem?

Chceme, aby žáci:

- uměli přemýšlet nad situací, nejen řešit izolované příklady,
- chápali principy a vztahy mezi veličinami,
- dokázali popsat problém pomocí jazyka matematiky,
- uměli najít hledanou veličinu ve vztahu,
- volili vhodný a výhodný postup,
- dovedli své matematické a logické myšlení přenést do jiných témat z matematiky, fyziky i běžného života.

Čemu se chceme vyhnout?

Nechceme, aby:

- se žáci učili mechanické postupy jen proto, aby „něco spočítali“ v testu,
- žáci používali zkratky, křížová pravidla nebo trojúhelníky na vzorce bez porozumění,
- žáci měli od sebe oddělené znalosti, založené na memorování postupů, které neumí přenést do jiných situací.

Co díky tomu žák získává?

Žák se učí:

- zaznamenat vztah mezi veličinami,
- chápat rovnost jako vyvážený vztah,
- přemýšlet nad tím, co je hledaná veličina,
- volit logické a jednoduché kroky k jejímu nalezení – trénování logického myšlení,
- využívat tento způsob myšlení v navazujících matematických tématech, fyzice, a hlavně v běžném, studijním i profesním životě.

Proč je to důležité z hlediska RVP?

Touto strategií učení přirozeně naplňujeme očekávané výsledky učení RVP v oblasti základní logicko-matematické gramotnosti viz:

<https://prohlednout.rvp.cz/zakladni-vzdelavani/zakladni-gramotnosti/zgm>

„Základní gramotnost logicko-matematická jako předpoklad k rozvoji klíčových kompetencí napříč vzdělávacími obory umožňuje žákům aplikovat logické myšlení v nejrůznějších situacích reálného života. Vede žáky k rozpoznání matematických situací v různých mezioborových kontextech a životních situacích, k volbě a využívání jazyka matematiky při jejich popisu, řešení a vyvození závěrů. Ukazuje žákům smysluplnost učení a umožňuje jim zažít radost z úspěšně vyřešené situace.“

a v oblasti klíčových kompetencí viz:

<https://prohlednout.rvp.cz/zakladni-vzdelavani/klicove-kompetence>

„Klíčové kompetence představují funkční propojení vybraných znalostí, dovedností, postojů a hodnot, které jsou důležité jak pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti, tak i pro společnost a svět jako celek. Rozvíjejí se v průběhu celého života, a to nejen ve škole. Společně se základními gramotnostmi jsou hlavními kategoriemi kurikula na státní i školní úrovni.“

*V RVP je vymezených osm klíčových kompetencí. Klíčové kompetence mají vlastní obsahovou strukturu, která umožňuje zvýšit srozumitelnost a uchopení klíčových kompetencí. Jednotlivé klíčové kompetence obsahují charakteristiku, jsou tvořeny složkami, které obsahují **závazné očekávané výsledky učení na úrovni 5. a 9. ročníku a jsou propojeny s očekávanými výsledky učení vzdělávacích oborů.***

*Klíčové kompetence přiřazují k jednotlivým očekávaným výsledkům učení strategie učitele, tj. postupy jimiž se dosahuje očekávaného výsledku učení klíčových kompetencí, a projevy žáků, které jsou dílčími kroky dosahování očekávaných výsledků učení. Učitel z projevů žáků vybírá takové projevy, které odpovídají jejich individuálním potřebám. **Klíčové kompetence je ve vztahu k oborům nutno chápat jako vzdělávací strategii.***

Jak rovnice přirozeně zavádět v matematice?

V jednotlivých ročnících (s výjimkou 9. ročníku, který je uzlovým bodem 2. stupně ZV) **není cílem nutně splnit celý** očekávaný výsledek učení (OVU) pro rovnice ani pro jiná témata (zlomky, desetinná čísla, procenta...) najednou.

Klíčovou strategií nové koncepce učení k pochopení principů je **postupná gradace**: žáci naplňují jednotlivé části OVU napříč více tématy i ročníky, ideálně i napříč předměty, ne izolovaně v jedné učební kapitole v krátkém časovém úseku.

Proto se rovnice nemusí začínat učit jako samostatné téma, ale **přirozeně je navazujeme na témata**, která se učí v matematice i ve fyzice, a propojujeme je do souvislostí.

Návaznost témat v 6. ročníku podle webináře a prezentace

První blok témat: Základní a jednoduchá práce s čísly

Tento blok vytváří základní početní dovednosti, na kterých žáci později staví při práci se vzorci, rovnicemi i fyzikálními veličinami.

MAT – učivo:

- krácení a rozšiřování zlomků,
- desetinné zlomky a převody na desetinná čísla i procenta,
- základní a jednoduché operace se zlomky a desetinnými čísly (max. dvě desetinná místa),
- jednoduchý zápis mocnin.

Druhý blok témat: Jednotky + tvorba vzorců (první krok k algebře)

Tento blok je zásadní, protože u něj začínáme **systematicky pracovat s písmeny, vzorci a vztahy** – tedy stavebními kameny, které později přirozeně vedou k rovnicím.

MAT – učivo:

- **Jednotky délky a obvody různých útvarů**
 - převody jednotek délky (násobení a dělení desetinných čísel 10, 100, 1000...),
 - tvoření a odvozování vzorců obvodů na čtvercové síti, poté i bez,
 - práce nejprve s čísly, poté s písmeny,
 - dosazování/výměna hodnot — příprava na algebru,
 - procvičování přednosti matematických operací,
 - názvy a vlastnosti rovinných útvarů (zároveň plnění části OVU MAT 007).
- **Jednotky plochy a obsah čtverce, obdélníku, pravoúhlého trojúhelníku**
 - převody jednotek plochy,
 - druhá mocnina a její smysl (cm krát cm je zkráceně cm^2 ...),
 - tvorba vzorců pro obsah čtverce, obdélníku a pravoúhlého trojúhelníku,
 - práce na čtvercové síti – od konkrétní manipulace k symbolickému zápisu,
 - postupné zavádění písmen (naplňuje části OVU MAT 007 a MAT 008).

— **Jednotky objemu a objem krychle a kvádrů**

- převody dvou typů jednotek a jejich souvislost,
- třetí mocnina a její smysl (cm krát cm krát cm je zkráceně cm^3 ...),
- tvoření vzorců pro objem pomocí kostiček či papírových čtverců/obdélníků skládaných na sebe (vyplňování objemu pomocí vizualizace/manipulace),
- od práce s čísly k práci s písmeny (naplňuje části OVU GEO 007 a GEO 008).

— **Povrch těles – skládání a rozkládání**

- skládání a rozkládání krychle a kvádrů,
- tvorba vzorců pro povrch,
- síť těles (navazuje na OVU GEO 007 a GEO 008).

— **Jednotky času (lze plnit v rámci fyziky)**

Třetí blok témat: Ekvivalentní úpravy jednoduchých rovnic

Zde žáci zúročí dovednosti získané při práci se vzorci.

Rovnice jim dává **jazyk**, kterým mohou popsat vztahy mezi veličinami v matematice (obvody, obsahy...) i ve fyzice (rychlost, dráha, čas, hustota, gravitační síla, tlaková síla, napětí, odpor, proud, energie, práce, výkon...) a v dalších předmětech.

MAT – učivo:

- rovnost/rovnice,
- ekvivalentní úpravy jednokrokových a dvoukrokových rovnic pomocí opačných operací,
- používání rovnic k řešení konkrétních situací.

Na následujícím obrázku (obrázek 1) je ukázka jednokrokových rovnic a jejich metodika řešení a zápisu uvědomění ekvivalentních úprav rovnic. Dále je zde ukázka využití úprav rovnic ve fyzice. Abychom se vyhnuli vyjadřování neznámé ze vzorce, doporučuji nejdříve ze zadání dosadit známé hodnoty a poté upravovat až rovnici o jedné neznámé, kterou osamostatníme. U úloh doporučuji se vyhnout neznámé ve jmenovateli nebo tyto úlohy zadávat pro žáky s rychlejším tempem pochopení jako gradované úlohy.

UKÁZKY JEDNOKROKOVÝCH ROVNIC A JEJICH
ŘEŠENÍ VHODNÉ PRO 6. TŘÍDU:

$$\begin{array}{l} -5 \swarrow \quad \underline{x+5=8} \quad \searrow -5 \\ \quad \quad \quad x=3 \quad \quad \quad \\ \\ +2 \swarrow \quad \underline{x-2=10} \quad \searrow +2 \\ \quad \quad \quad x=12 \quad \quad \quad \\ \\ :2 \swarrow \quad \underline{2 \cdot x=10} \quad \searrow :2 \\ \quad \quad \quad x=5 \quad \quad \quad \\ \\ \cdot 3 \swarrow \quad \underline{\frac{x}{3}=5} \quad \searrow \cdot 3 \\ \quad \quad \quad x=15 \quad \quad \quad \end{array}$$

UKÁZKY VYUŽITÍ ROVNIC VE FYZICE A MATEMATICE:

$$\begin{array}{ll} v = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} & S_{\square} = 15 \text{ m}^2 \\ A = 3 \text{ h} & a = ? \text{ m} \\ A = ? & b = 5 \text{ m} \\ \hline v = \frac{S}{A} \frac{\text{km}}{\text{h}} & S_{\square} = a \cdot b \\ 45 = \frac{A}{3} & :5 \quad \underline{15 = a \cdot 5} \quad :5 \\ \cdot 3 \swarrow \quad \underline{135 = A} \quad \searrow \cdot 3 & \quad \quad \quad 3 = a \end{array}$$

NEBO: $\begin{array}{l} 45 \text{ km} \dots\dots\dots 1 \text{ hod} \\ \cdot 3 \swarrow \quad \underline{135 \text{ km}} \quad \searrow \cdot 3 \dots\dots\dots 3 \text{ hod} \end{array}$

- Příprava na **úměru a trojčlenku**
- Smysluplný trénink pochopení významu: **třikrát méně, více, ... o pět méně, více...**
- Příprava na **pochopení zadání slovní úlohy - sestavení výrazů a rovnic**
- Příprava na **pochopení předpisů funkce**

Obrázek 1

Doporučení k metodice: Potřebujeme, aby jedna neznámá (hádanka, písmenko) zůstala na jedné straně rovnice (nezáleží na tom, zda bude vpravo nebo vlevo – volíme výhodnější stranu). K tomu, abychom se zbavili nežádoucích členů/koefficientů, využíváme princip opačných operací (například: ubíráme-li z levé strany, to samé musíme ubrat z pravé strany).

Na této straně překáží násobení dvěma, využijeme tedy opačnou operaci k násobení, a to dělení dvěma na levé i pravé straně. Ještě než zavedeme tuto psanou podobu rovnic, používám vizualizaci pomocí malých předmětů, například kostiček rozdělených na dvě stejné hromádky, ze kterých ubíráme z obou stran nebo na obě strany přidáváme, dělíme či zdvojnásobíme tak, abychom stále zachovávali rovnost.

Vyhnete se tak mechanickému postupu, že „když přehazujeme přes rovná se, měníme znaménko atd.“ a navíc celý postup a zápis zkracujeme.

Pochopení tohoto principu úprav využijí žáci v dalších rovnicích (vzorce na obvod, obsah, ve fyzice a v budoucnu i u mnohem složitějších rovnic i nerovnic).

Na následujícím obrázku (obrázek 2) ukazují přiměřenou obtížnost rovnic, kterou můžeme zařadit do 6. ročníku, opět záleží na individuálním tempu dítěte, v 6. ročníku stačí pochopit princip jednokrokových rovnic, další a složitější úpravy můžeme využít pro žáky s rychlejším tempem jako gradované úlohy.

Do dalšího gradování úloh můžeme zakomponovat tvorbu rovnice z jednoduchých úloh, které čistě popisují rovnici (viz první příklad na následujícím obrázku $2a+5 = a+7$, například: Když si Bára koupí **dva andělíčky** a k tomu ještě něco za 5 Kč, zaplatí **stejnou částku**, jako když si koupí **jen jednoho andělíčka** a k tomu něco za 7 Kč. Kolik stojí jeden andělíček?).

VHODNÁ OBTÍŽNOST ROVNIC PRO 6. TŘÍDU:

- Do jedno/dvoukrokových rovnic je vhodné zakomponovat **různá označení neznámé**, u vzorců obvodů, obsahů, objemů **je dobré střídat označení stran** (nedržet se jen a, b, c).
- Do výsledků rovnic je vhodné časem zakomponovat zlomky a desetinná čísla (klidně jen s jedním desetinným místem).
- Ve výsledcích se **vyhnout celým číslům, nekonečně mnoho řešení a prázdné množině a ve fyzice neznámé ve jmenovateli** (možná to ale někteří zvládnou).
- Je dobré **naučit děti přemýšlet** i o tom, aby nám **nevznikalo záporné vyjádření neznámé** - bude se hodit do fyziky a do nerovnic.

MAXIMÁLNÍ OBTÍŽNOST ROVNIC PRO 6. ROČNÍK:

$$\begin{array}{l} 2a + 5 = a + 7 \\ -a \quad -a \\ \hline a + 5 = 7 \\ -5 \quad -5 \\ \hline a = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4b - 6 = 2b + 3 \\ -2b \quad -2b \\ \hline 2b - 6 = 3 \\ +6 \quad +6 \\ \hline 2b = 9 \\ :2 \quad :2 \\ \hline b = \frac{9}{2} \\ b = 4,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2b + 3 = 4b - 6 \\ -2b \quad -2b \\ \hline 3 = 2b - 6 \\ +6 \quad +6 \\ \hline 9 = 2b \\ :2 \quad :2 \\ \hline \frac{9}{2} = b \\ \frac{9}{2} = b \end{array}$$

Obrázek 2

Nebo naopak další gradování úloh a pochopení zápisu rovnic – žáci dostanou jednoduchý zápis rovnice (např. $3b = 21$) a svými slovy sestaví slovní zadání (např.: Když si koupím tři bonbony, zaplatím 21 Kč / Tři velké borůvky váží 21 g. atd.).

I proto doporučuji v rovnicích střídát označení neznámých, nepoužívat jen klasická označení x a y , případně a a b , ale využívat celou abecedu pro lepší představivost, co se pod jednotlivými písmenky může schovávat.

Je žádoucí volit úlohy takové, abychom se ze začátku **vyhnuli výsledkům ve tvaru zlomků, desetinných čísel**. Až po pochopení principu doporučuji zařadit výsledky s jednoduchými zlomky a desetinnými čísly (max. 1 až 2 desetinná místa).

Protože znají žáci celá čísla již z prvního stupně, je nutné volit takové úlohy, aby výsledky jako celá čísla nevycházely. **Vyhýbáme se i nekonečně mnoho řešení a prázdné množině**, v 6. ročníku takové úlohy nemají význam. Opět můžeme tyto možnosti zařadit pro nadanější žáky, ale až v případě, že mají velmi dobře pochopené principy úprav.

Velmi vhodné a výhodné je se žáky a rovnicemi pracovat tak, aby už dopředu přemýšleli o tom, na které straně si nechají neznámou, aby její vyjádření zůstalo kladné. Je to výhodné z vícero důvodů – ještě neumí pracovat s celými čísly, využijí tuto techniku dále v nerovnicích, ve vzorcích ve fyzice, a proto **není vhodné učit vyjadřovat neznámou jen na jednu stranu rovnice**.

Další navazující blok – procenta, poměry, grafy

Témata jako procenta, trojčlenka, měřítko nebo úměra lze následně opřít o stejné úvahy, které se žáci naučili u rovnic. Například (viz následující obrázek 3):

MAT UČIVO:

- procenta, trojčlenka, úměra, poměr, měřítko, graf (pomocí ekvivalentních úprav u rovnic - šipky na obou stranách - lze navázat na úpravy u jedno/dvou krokových rovnic a využít je na přímou a nepřímou úměru, i trojčlenku se zápisem rovnice, měřítko, ...)

Číslo 003
DES.Č., %, (ODJ)MOCNINY

ALG 016
POMĚR, ÚMĚRA, PROCENTA

PŘÍKLADY VYUŽITÍ V DALŠÍCH TYPECH ÚLOH:

9 zedníků 4 hod
:9 ↙ 1 zedník 36 hod ↘ ·9
·5 ↘ 5 zedníků 72 hod ↗ ·5

PŘÍKLADY VYUŽITÍ V DALŠÍCH TYPECH ÚLOH:

100% 500 Kč
:10 ↙ 10% 50 Kč ↘ ·10
·7 ↘ 70% 350 Kč ↗ ·7
:2 ↘ 5% 25 Kč ↗ ·2
·9 ↘ 45% 225 Kč ↗ ·9

1 : 70000

MAPA SKUT.

1 cm 70000 m

1 cm 700 m

1 cm 0,7 km

·8 ↘ 8 m 5,6 km ↗ ·8

9 z 4 hod ↑
↓ 5 z X

$$\frac{X}{4} = \frac{9}{5}$$

$$X = \frac{9}{5} \cdot 4$$

$$X = \frac{36}{5}$$

$$X = 7\frac{1}{5} \text{ hod}$$

$$X = 7 \text{ hod } 12 \text{ min}$$

Obrázek 3

Závěr

- Tento návrh práce s rovnicemi v 6. ročníku vychází ze zásady spirálovitého a postupně gradovaného učení, kde se žáci k principům opakovaně vrací v různých tématech a situacích.
- Důraz je kladen na pochopení vztahů, rovnosti a souvislostí, ne na mechanických postupech či učení se algoritmů zpaměti. Tímto přístupem přirozeně podporujeme rozvoj kompetencí a základních gramotností, na kterých RVP staví.
- Zároveň je důležité vnímat, že jde o jeden z možných návrhů uspořádání učiva. Každá škola má jiné podmínky, hodinové dotace i návaznost dalších předmětů. Proto je vhodné plánovat témata společně s kolegy (zejména s učiteli fyziky, chemie, zeměpisu, informatiky...), aby se obsah skutečně podporoval napříč předměty.
- Součástí této koncepce je také gradování úloh a tempa učení podle individuálních možností žáka. Plnění očekávaných výsledků učení (OVU) nemusí nastat u všech žáků ve stejný moment. Naopak — díky rozvrstvení učiva a opakovanému návratu k principům můžeme žákům nabídnout cestu, která respektuje jejich tempo, osobní maximum a vlastní pokrok. Učení pak není o porovnávání žáků mezi sebou, ale o tom, aby každý z nich mohl rozvíjet své dovednosti postupně a s porozuměním.

Tento návrh tedy může sloužit jako inspirace, kterou lze dále přizpůsobit konkrétní škole, kolegiálnímu plánování a potřebám vašich žáků.

O dokumentu

Tento dokument vznikl jako doplňující materiál k webináři k revizi RVP ZV. Tutoriál slouží k rozšíření obsahu webináře o dodatečné informace a praktické podněty pro výuku.

Záznamy a další informace o webinářích najdete na: <https://webinare.rvp.cz/ips-kurikulum>.

O webináři

Lektorka: Mgr. Kateřina Jiráková

Datum vysílání: 18. 11. 2025

Záznam: <https://webinare.rvp.cz/webinar-npi/124457>